

2018.4.11

Hiroshi Michiwaki

道脇 裕

掛け算から生じるゼロ除算
～果物運送屋さんとゼロ除算～

A点から別のB点に「りんご」を運ぶ。ただし、運送前、B点の「りんご」は0個とする。
この前提に対して、以下の問について検討する。

Q) A点には「りんご」が100個あり、これらを全てトラックでB点に運ぶ。運送後のB点の「りんご」は何個か？

A) この問題は、【状態】と【事象】の掛け合わせによる積と、【結果】とが等価であるという関係であることから【状態】×【事象】=【結果】として求めることが出来るといえる。ここで、【状態】とは、[個数]と[回数]の関係から構成される組立次元(単位)であり、運送[回数]毎の運送[個数]として定義されるといえる。また、ここでの【事象】とは、運送[回数]を意味し、また、【状態】、【事象】、【結果】の各次元は、

$$\text{【状態】} = \frac{[\text{個}]}{[\text{回}]} = [\text{個}]^1 [\text{回}]^{-1} = [\text{個/回}]$$

$$\text{【事象】} = [\text{回}] = [\text{回}]^1$$

$$\text{【結果】} = [\text{個}] = [\text{個}]^1$$

であって、

$$\text{【状態】} \times \text{【事象】} = \frac{[\text{個}]}{[\text{回}]} \times [\text{回}] = [\text{個}] = \text{【結果】}$$

の関係性が成り立つことについては、先の拙著の～ゼロ除算の原理～編にて述べた。

ところで、生真面目な果物屋さんは考えました。以前のように、A点に「りんご」が1個だけあったときには、1[回]運送するごとに1[個]の「りんご」を運んだのだから、今回もそうすると、仮定より、運ばれる「りんご」の【状態】は、

$$\frac{1[\text{個}]}{1[\text{回}]} \quad (1)$$

であるから、上の【状態】に対して【事象】即ち、運ぶ回数を乗じて、【結果】としての運送後のB点の「りんご」の個数が100[個]にならなければならないのだから、

$$\frac{1[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 100[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (2)$$

と求められる.

(2)式左辺の展開は,

$$\frac{1[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 100[\text{回}] = \frac{1[\text{個}] \times 100[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 1[\text{個}] \times \frac{100[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 1[\text{個}] \times 100 \quad (3)$$

となり, (3)式と(2)式右辺との関係より,

$$1[\text{個}] \times 100 = 100[\text{個}] \quad (4)$$

よって,

$$1 \times 100 = 100 \quad (5)$$

を得る. ところが, (2)式を見ながらよく考えてみると, 100 [回] も運ばなければならないのは, あまりにも大変だ. そこで, 果物運送屋さんは, せめて半分くらいの回数で何とかならないかと考えました. よく考えてみると, 半分の 50 [回] で済ませるために, トラックへの「りんご」の積み込み【状態】を, 1 [個] から 2 [個] に増やせばよいのではないかと. これは,

$$\frac{2[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 50[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (6)$$

と表される.

勿論, (6)式左辺の展開は,

$$\frac{2[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 50[\text{回}] = \frac{2[\text{個}] \times 50[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 2[\text{個}] \times \frac{50[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 2[\text{個}] \times 50 \quad (7)$$

となり, (7)式と(6)式右辺との関係より,

$$2[\text{個}] \times 50 = 100[\text{個}] \quad (8)$$

よって,

$$2 \times 50 = 100 \quad (9)$$

を得る. ところが, (6)式を見ながらよく考えてみると, 100 [回] 必要だった運送回数を 50 [回] に減らせたのだからもっと減らせるのではないかと思考が発展した.

今度は, 積み込み【状態】を 2 [個] から 3 [個] にしてみてもどうかと考えてみたのだ. 試してみると, 積み込み【状態】は,

$$\frac{3[\text{個}]}{1[\text{回}]} \quad (10)$$

であるから, これを繰り返して, B 点に運び込んで積み上げて行くと, 33 [回] 運び込んだ時点で,

$$\frac{3[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 33[\text{回}] = 99[\text{個}] \quad (11)$$

となって, B 点には 99 [個] の「りんご」が積み上がり, A 点には「りんご」が 1 [個] 残

ってしまった。もう 1 [回] 運べば、全ての「りんご」を A 点から B 点に運んだことになるものの、原理式である【状態】×【事象】のような単純な二項演算と【結果】の等価性による数式では表されないことになる。そこで、果物運送屋さんは 3 [個] ずつ運ぶよりも 4 [個] ずつ運ぶ方が効率が良いのではないかと考えた。それは丁度、

$$\frac{4[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 25[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (12)$$

と求められ、1 [回] の運送につき 2 [個] ずつ積み込んで運ぶ場合に要する運送回数 50 [回] の半分になって効率が良いようである。

勿論、(12) 式左辺の展開は、

$$\frac{4[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 25[\text{回}] = \frac{4[\text{個}] \times 25[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 4[\text{個}] \times \frac{25[\text{回}]}{1[\text{回}]} = 4[\text{個}] \times 25 \quad (13)$$

となり、(13) 式と (12) 式右辺との関係より、

$$4[\text{個}] \times 25 = 100[\text{個}] \quad (14)$$

よって、

$$4 \times 25 = 100 \quad (15)$$

を得る。ところが、果物運送屋さんは、(12) 式を見ながらよく考えてみると、運送回数を 100 [回] の半分の半分に減らせたのだから、もっと運送効率を上げられるのではないかと思えてきました。そこで、今度は、積み込み【状態】を 4 [個] から 5 [個] にしてみてもどうかと試してみたのです。この積み込み【状態】は、

$$\frac{5[\text{個}]}{1[\text{回}]} \quad (16)$$

であるから、これを繰り返して、B 点に運び込んで積み上げて行くと、丁度

$$\frac{5[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 20[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (17)$$

と求められ、1 [回] の運送につき 1 [個] ずつ積み込んで運ぶ場合に要する運送回数 100 [回] に比べて 5 分の 1 になって効率が良いことがわかった。こうして果物運送屋さんは遂に、1 [回] の運送につき、10 [個] の「りんご」をトラックに積み込むまでに至った。それは、丁度

$$\frac{10[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 10[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (18)$$

と表される。この結果は、既に、当初の 10 倍の効率になっていると考えられる。ところが、果物運送屋さんは、この結果に飽き足らず、

$$\frac{20[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 5[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (19)$$

更に、

$$\frac{25[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 4[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (20)$$

更に,

$$\frac{50[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 2[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (21)$$

を得た. そして, どんどん効率を上げられることに, 味を占めた果物運送屋さんは, 遂に

$$\frac{100[\text{個}]}{1[\text{回}]} \times 1[\text{回}] = 100[\text{個}] \quad (22)$$

として, 一度に全ての「りんご」をトラックに積み込んで, 1 [回] で運んでしまったのでした. この効率の良さにどっぷりとつかった果物運送屋さんは, 何と極限を超える欲を出してしまい, 禁断の運送に手を出すのでした. このときの果物運送屋さんの頭の中に分け入ってみよう.

当初, 100 [回] も必要とした運送回数であったが, 50 [回] に減らすことが出来, 更に工夫して 25 [回] に, もっと工夫して 20 [回] に, 更なる工夫を加えて 10 [回] に, そこに努力を重ね 5 [回] に, もうダメかと思いながらも創意工夫で乗り切り 4 [回] に.

ここまで来ると, 自分でも才能があるのではないかと思いつつ一工夫の結果 2 [回] に, そして遂に根性の一手で 1 [回] に. この時点で, 絶頂を迎えていた果物運送屋さんは, 更なる野望を抱き始めていた. 4 [回] → 2 [回] → 1 [回] と効率を上げてこられたのだから更なる効率化を果たせると. そうそれは, 運送回数を 0 [回] として, 全ての「りんご」を A 点から B 点に運べるのではないかと, というモノでした.

つまり, トラックへの積み込み【状態】は,

$$\frac{100[\text{個}]}{0[\text{回}]} \quad (23)$$

です. これ以上, 楽なことはないでしょう. これは, 実物のトラックには唯のひとつも「りんご」を積み込んでいないのであって, 謂わばこれは, あくまでも仮想のトラックに 100 [個] の「りんご」を積み込んだ【状態】なのであるから.

そして, 運送回数は, 果物運送屋さんの望み通り, 0 [回] であるから, 原理式である二項演算を用いると,

$$\frac{100[\text{個}]}{0[\text{回}]} \times 0[\text{回}] \quad (24)$$

と表される. この(24)式の展開は,

$$\frac{100[\text{個}]}{0[\text{回}]} \times 0[\text{回}] = \frac{100[\text{個}] \times 0[\text{回}]}{0[\text{回}]} = 100[\text{個}] \times \frac{0[\text{回}]}{0[\text{回}]} = 100[\text{個}] \times \frac{0}{0} \quad (25)$$

となるが, ここで(25)式の最右辺は, 次の(26)式で表されるゼロ除算の基本原則

$$\frac{0}{0} = 0 \quad (26)$$

によって,

$$100[\text{個}] \times \frac{0}{0} = 100[\text{個}] \times 0 = (100 \times 0)[\text{個}] = 0[\text{個}] \quad (27)$$

を得ることになる. 即ち,

$$\frac{100[\text{個}]}{0[\text{回}]} \times 0[\text{回}] = 0 \text{ 個} \quad (28)$$

を得る.

その後, 果物運送屋さんは, きっと自分が運ばずとも B 点に「りんご」が 100 [個] 届くものと思案して, 生涯待ち続けたことは言うまでもない. 何故なら, 果物運送屋さんは, (23) 式から (28) 式に示したゼロ除算の基本原理とゼロ除算算法を知らなかったのだから.

補題 (22) 式の後に, 果物運送屋さんが考えた, 4 [回] → 2 [回] → 1 [回] → 0 [回] の効率化の道は, 他にもルートがある. それは, 4 [回] → 2 [回] → 1 [回] → 1/2 [回] というルートである. これについて, 検討してみよう.